MAT 1700

LØSNINGSFORSLAG

SEMINAR # 5

Merk: Oppgavene 1-3 samt 5 dekker pensum gjennomgått i forelesning.

Oppgave 1

$$PV = \sum_{t=1}^{12} \frac{0{,}05(1000)}{(1.0625)^t} + \frac{1000}{(1{,}0625)^{12}} = 413{,}51 + 483{,}12$$

$$= \underline{\underline{896.63}}$$

hvor

$$= 50\left[\frac{(1+.0625)^{12}-1}{.0625\,(1.0625)^{12}}\right] = 50\left(\frac{1.069890}{0.129368}\right) = \underline{\underline{413.51}}$$

Choi; pp. 298-301

Oppgave 2

Kontinuerlig rente $\equiv r$

$$V = Ke^{\sqrt{t}} \qquad NV(V) = A(t) = Ve^{-r\cdot t}$$

$$= Ke^{\sqrt{t}}e^{-r\cdot t} = Ke^{\sqrt{t}-rt} \qquad (2)$$

e.g.

$$V_0 = Ke^{\sqrt{0}} = K$$

Find value of $\underline{t}$ that maximizes A; ie. $NV(V)$ ...nåverdien av A

$\max A \Rightarrow dA/dt = 0$ .... two alternative ways:

(i) differentiate (2) directly wrt. $\underline{t}$, or

(ii) indirectly by taking natural log of both sides of (2) and then differentiating wrt. $\underline{t}$

....let's do (ii) above

%

Oppgave 2. (fortsettelse)

Choi; pp. 298–301

$$\ln A(t) = \ln K + \ln e^{\sqrt{t} - r\cdot t} = \ln K + (t^{1/2} - r\cdot t)$$

Upon differentiating both sides wrt. t, we get;

$$\frac{1}{A}\,\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}t^{-1/2} - r$$

$$\frac{dA}{dt} = A\left(\frac{1}{2}t^{-1/2} - r\right)$$

Since $A \neq 0$; betingelsen $dA/dt = 0$ oppfylt bare dersom;

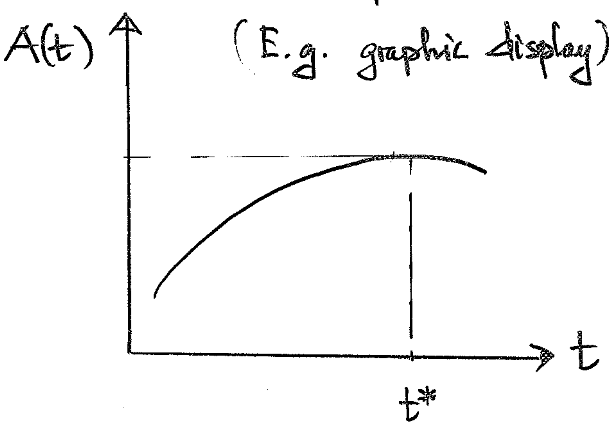
$$\tfrac{1}{2}\, t^{-1/2} = r \;\Rightarrow\; \frac{1}{2\sqrt{t}} = r \;\Rightarrow\; \frac{1}{2r} = \sqrt{t}$$

i.e. "optimal timing"; $t^* = \left(\frac{1}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4r^2}$

E.g. $r = 0{,}10 \Rightarrow t^* = 25$ år;

$r = 0{,}05 \Rightarrow t^* = 100$ år

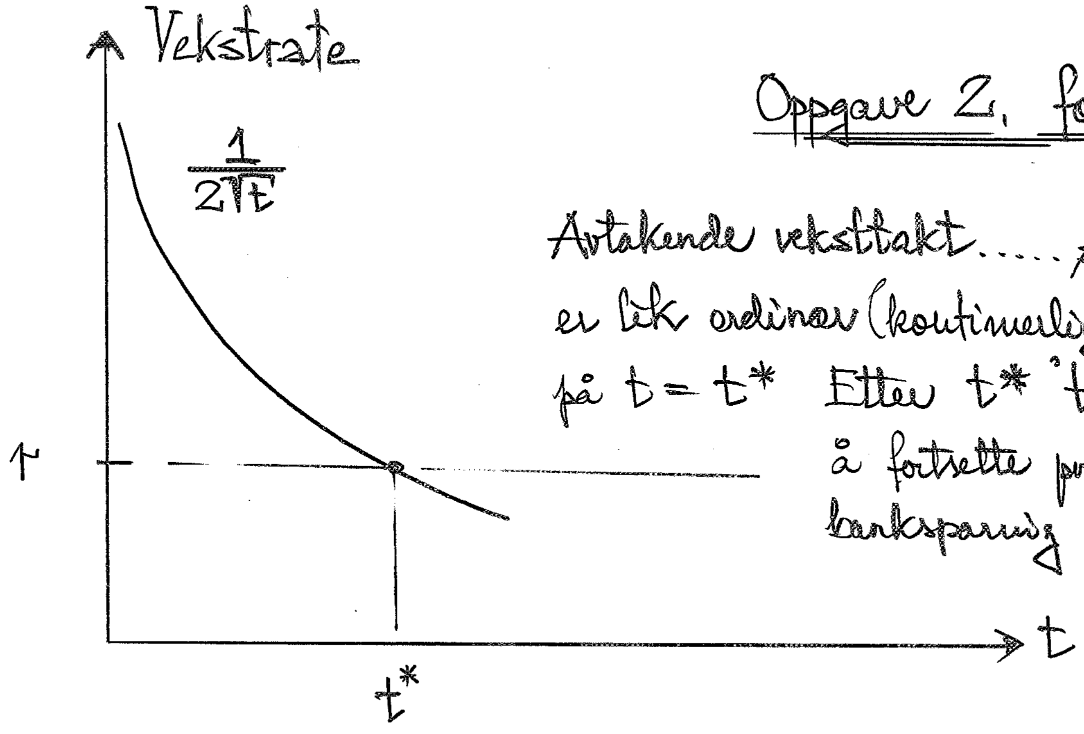
→ dvs. tidspkt. hvor eiendelens verdi maksimeres



(E.g. graphic display)

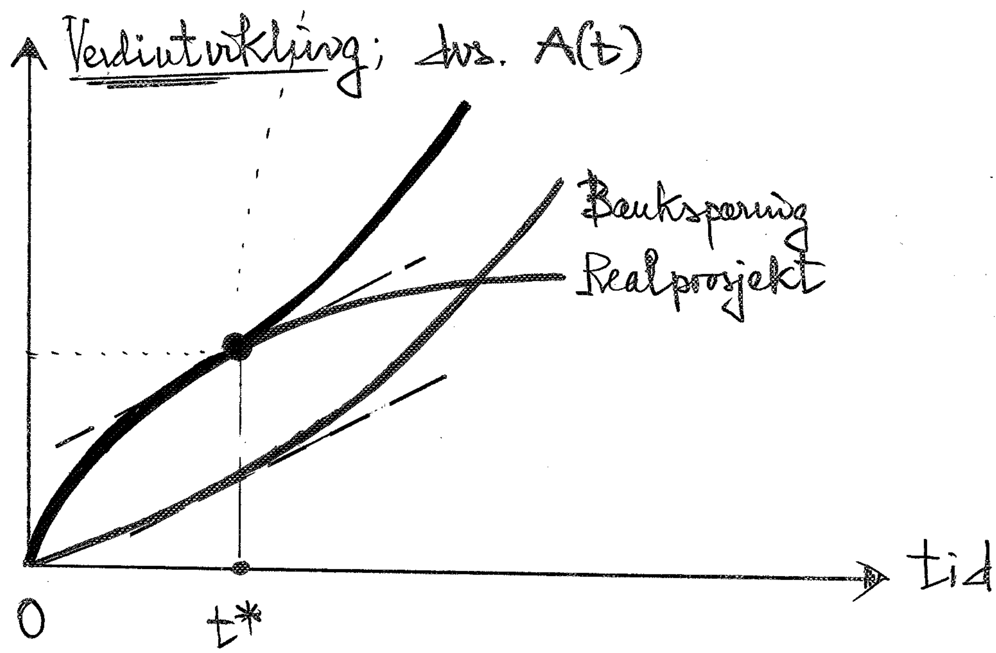
.... why should $A(t)$ start decreasing in t? Must specify type of asset in order to answer properly! Next page!

Seminar # 5



Oppgave 2, fortsettelse

Avtakende veksttakt..... som tilslutt er lik ordinær (kontinuerlig) bankrente på $t = t^*$ Etter t^* 'tapes penger' ved å fortsette prosjektet, fordi banksparing gir høyere avkastn.



Kapitalen investert i realprosjekt mellom $t = 0$ og $t = t^*$
For $t > t^*$; kapitalen "settes i banken" fordi bankrenten overstiger veksttakten i eiendelens verdiutvikling.

Seminar #5

Oppgave 3 Verdiutvikling skogteig....

$V = 2^{\sqrt{t}}$; $A(t) \equiv$ nåverdien $= Ve^{-r\cdot t} = 2^{\sqrt{t}} e^{-r\cdot t}$

$$\Rightarrow \ln A = \ln 2^{\sqrt{t}} + \ln e^{-r\cdot t} = \sqrt{t}\cdot \ln 2 - r\cdot t$$

$$\underline{\ln A = t^{1/2} \ln 2 - r\cdot t}$$

max $A \Rightarrow dA/dt = \underline{0}$;

$$\frac{1}{A}\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} t^{-1/2} \ln 2 - r$$

$$\frac{dA}{dt} = A\left(\frac{\ln 2}{2\sqrt{t}} - r\right)$$

Since $A \neq \underline{0}$; betingelsen $dA/dt = \underline{0}$ bare hvis

$$\frac{\ln 2}{2\sqrt{t}} = r \quad \Rightarrow \ln 2 = 2\sqrt{t}\cdot r$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{\ln 2}{2r} = \sqrt{t}}}$$

Optimum time; t^* is then;

$$t = \left(\frac{\ln 2}{2r}\right)^2$$

"Ceteris paribus;" the higher the r the sooner comes t^*!

fortsettelse oppgave 3 "Beplantning skogteig"

$$t^* \Big| r=0,05 = \left(\frac{\ln 2}{2(,05)}\right)^2 = \left(\frac{0.6931}{0,10}\right)^2 = \underline{48 \text{ år}}$$

$$A^* = 2^{\sqrt{t}} e^{-r \cdot t} = 2^{\sqrt{48}} e^{-0,05(48)} =$$

$$= 2^{6.9282} e^{-2.4000} = 121,7856 \times 0,0907 = \underline{\underline{11,048}}$$

Beplantningskostnad < 11,048 makes the venture worthwhile.... fordi ved $t^* = 48 \,|\, r = 5\%$;

$A(48) \,|\, r = 0,05 = \underline{\underline{11048}}$ .... ie. for å tilfredsstille avk.-krav = 0,05, kan ikke beplantningskostnaden overstige 11.048. Altså, beplantningskostnad = 11.048 $\Rightarrow NPV[A(48) \,|\, r=0,05] = \underline{\underline{0}}$

Seminar #5

Oppgave 4

Bologljøp og avkastning på boliginvesteringen.....

$FV_{T=3}$: Mnd.-lig leiebeløp 11000 kroner; mnd.-rente

$$= .0500/12 = .0042$$

$$\Rightarrow 11000\left[\frac{(1.0042)^{36}-1}{.0042}\right] = \underline{\underline{426.541}}$$

besvarelse ved å eie bolig... etter $t = T = 3$ år

$$\text{Boligens } FV_{T=3} = 3000.000(1.06)^3 = \underline{\underline{3573048}}$$

(a) Totalavkastningen per år;

$$= \left(\frac{426541 + 3573048}{3000.000}\right)^{1/3} - 1 = \underline{\underline{0.1006}}$$

(b) Egenkapitalavkastningen per år;

Faktisk bokostnad etter $t = T = 3$ år

$FV_{T=3}$: Renter = 5% p.a. av 2100.000 kroner; dvs. at pr. mnd = 0.0042 × 2100.000 = 8820 per måned

$$\Rightarrow 8820\left[\frac{(1.0042)^{36}-1}{.0042}\right] = 8820(38.7764) = \underline{\underline{342.008}}$$

$$= \left\{\frac{(426.541 - 342.008) + (3573.048 - .70(3000.000))}{3000.000 - 2100.000}\right\}^{1/3} - 1$$

$$= \left\{\frac{84.533 + 1473.048}{900.000}\right\}^{1/3} - 1 = \underline{\underline{0.2006}}$$

Oppgave 4, fortsatt

(c) Implisitt leie per år ("netto leie");

$$\left(1+\frac{84533}{900.000}\right)^{1/3}-1=\underline{\underline{0{,}0304}}\ ✓$$

Verdistigningen per år på boligen;

$$\left(\frac{1473.048}{900.000}\right)^{1/3}-1=\underline{\underline{0{,}1785}}\ ✓$$

Sum avkastning $\simeq$ 0,2100 per år i gj. snitt

Verdistigning 3% per år (istedet for 6% per år)

$$3000.000(1.03)^3 = 3278.181$$

Ved salg på $t=3$; $CF_{EK}=(3278181-2100.000)=\underline{1.178.181}$

$$\Rightarrow \left(\frac{1.178.181}{900.000}\right)^{1/3}-1=\underline{\underline{0{,}0939}} \text{ per år gj. snitt}$$

---

i tillegg til implisitt leie som beregnet ovenfor

Oppgave 5 ProTeX, ASA

(a) $0{,}06(500)(0{,}28) = \underline{8{,}4 \text{ mill. kroner}}$ Kont.strømsfordel

$$-r_B \cdot B(1-\tau_C) + r_B \cdot B = \underline{\underline{r_B \cdot B \cdot \tau_C}}$$

$$V(\text{Kont. strømsfordelen}) = \frac{r_B \cdot B \cdot \tau_C}{r_B} = B \cdot \tau_C$$

$$= 500(0{,}28) = \underline{\underline{140 \text{ mill. kroner}}}$$

(b) $$-r_B B(1-\tau_C)(1-\tau_S) + r_B(1-\tau_B)$$

$$\Rightarrow r_B \cdot B\left[1-\tau_B - (1-\tau_C)(1-\tau_S)\right]$$

$$r_B \cdot B\left[1 - \frac{(1-\tau_C)(1-\tau_S)}{1-\tau_B}\right] \equiv G_L \quad \text{'gain from leverage(debt)'}$$

Skattenøytralitet $\Rightarrow (1-\tau_C)(1-\tau_S) = (1-\tau_B)$

$$(1-0{,}28)(1-0) = (1-0{,}28)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\tau_S = 0}}$$ $\equiv$ skattesatsen på eierinntekt, dvs. dividende og/eller kapitalgevinst

(c) $$G_L < 0 \Rightarrow \left[\frac{(1-\tau_C)(1-\tau_S)}{1-\tau_B} > 0\right]$$

etterspørsel etter EK pga. positiv kont. strømsfordel ved EK-finansiering (fremfor gjeldsfinansiering).

Oppgave 6

$W = 10$; $U(W) = \ln(W)$

prob	Payoff
0,20	30
0,80	5

(a)

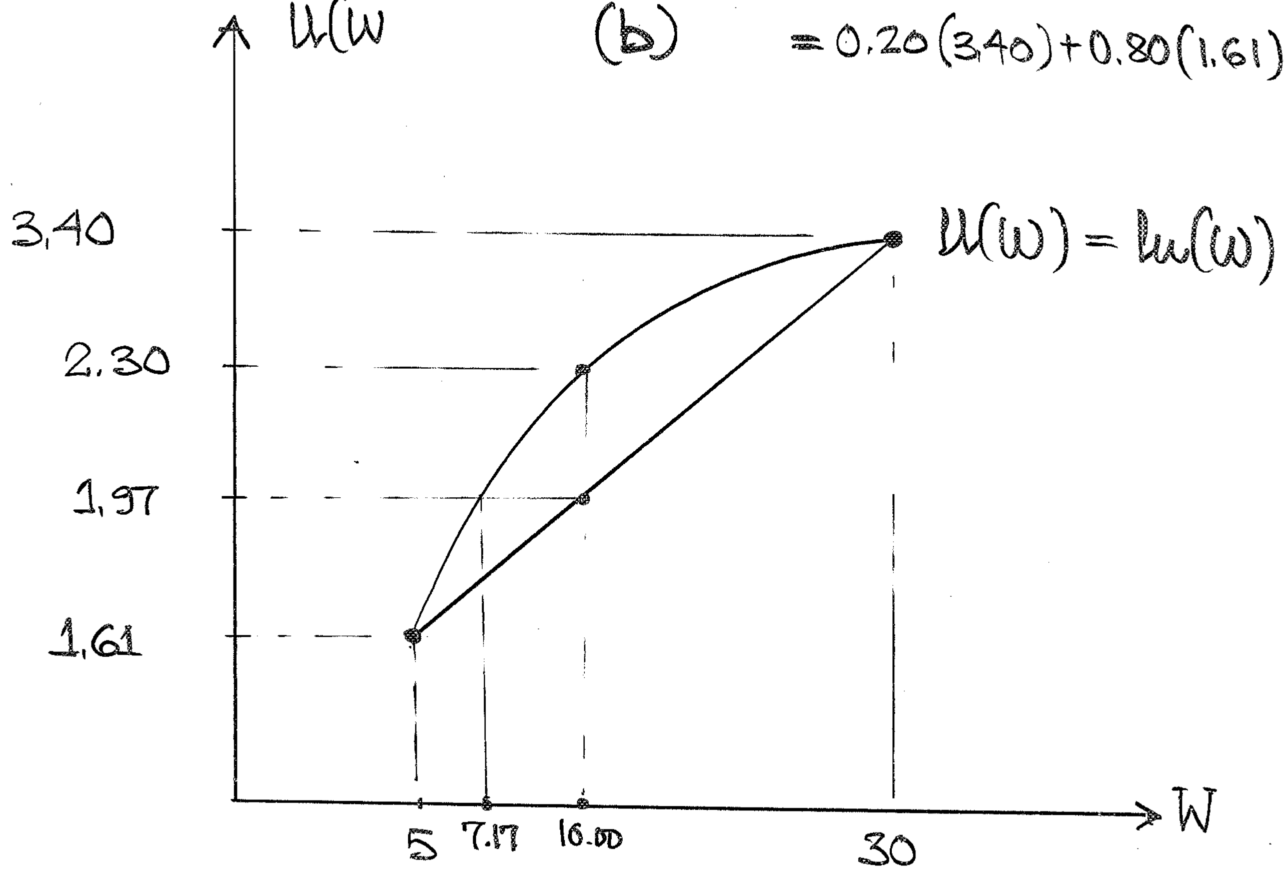
$E(W) = 0.20(30) + 0.80(5) = 10$

$U[E(W)] = U(10) = \underline{\underline{2.30}}$

$E[U(W)] = 0.20\ln(30) + 0.80\ln(5)$

$= 0.20(3.40) + 0.80(1.61) = \underline{\underline{1.97}}$

(b)



Gitt $E[U(W)] = 1.97 = \ln(W)$ ... løs for W!

$\Rightarrow e^{1,97} = e^{\ln(W)} \Rightarrow W = \underline{\underline{7,17}} = e^{1,97}$

Sikkerhetsekvivalent ≡ Verdien av å motta spillets forventningsverdi = $\underline{\underline{7,17}}$

Risk-premium ≡ Spillets forventningsverdi (aktuarisk verdi) – spillets sikkerhetsekvival. 2,83

2,83 = (10 – 7,17)

Seminar #5

Oppgave 7

Risiko-søker ('risk-lover')

$U(\omega) = \omega^2$

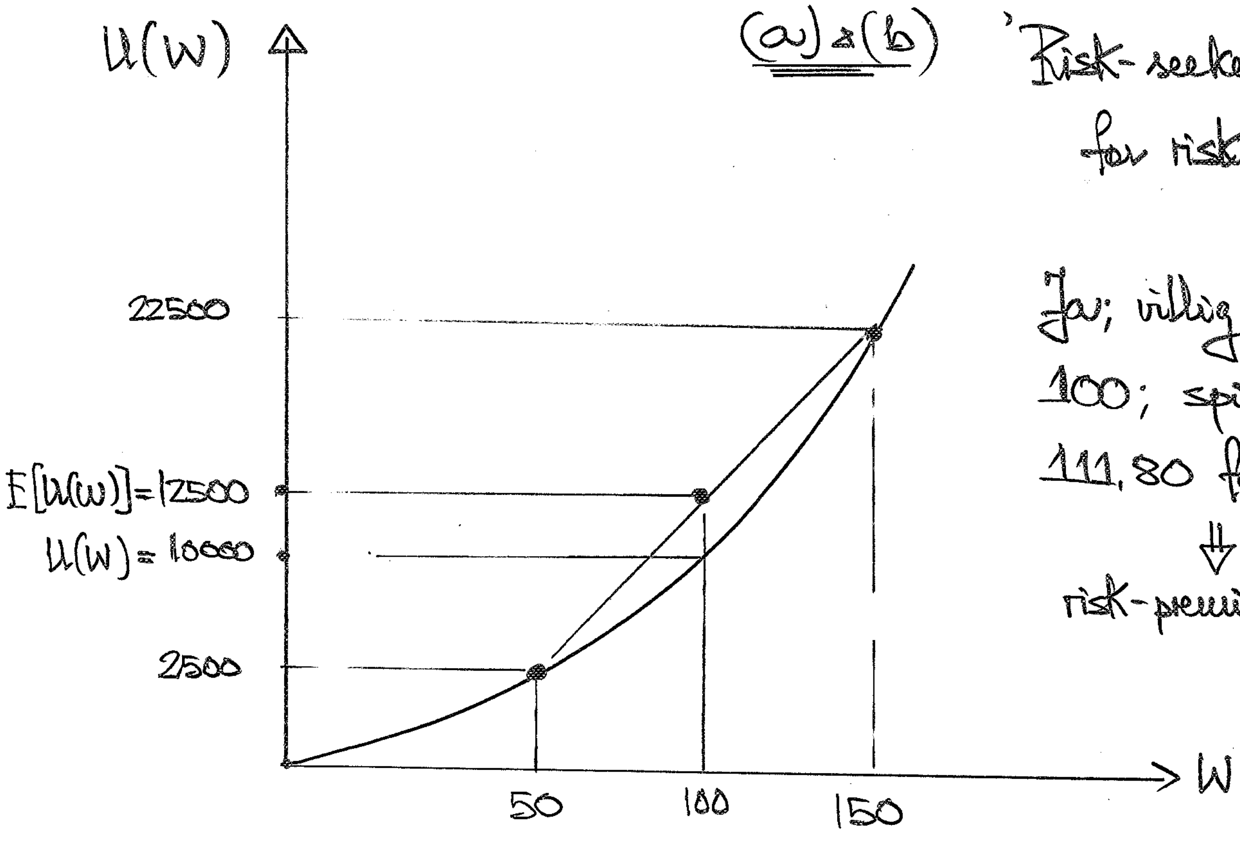
prob.	payoff
.50	50
.50	150

$E(W) = .50(50+150) = 100$

$U[E(\omega)] = U(100) = (100)^2 = \underline{\underline{10.000}}$

$EU(W) = \frac{1}{2}U(50) + \frac{1}{2}U(150) = \frac{1}{2}(2500) + \frac{1}{2}(22500)$

$= \underline{\underline{12500}}$



(a) & (b) 'Risk-seeker' → pays for riskiness!

Ja; villig til å betale 100; spillet er verdt 111,80 for denne aktøren!

⇓

risk-premium = $-\underline{\underline{11,80}}$

Gitt $E[U(\omega)] = 12.500 = \omega^2$ ... løser for W!

$\Rightarrow 12500 = \omega^2 \Rightarrow \sqrt{12500} = \omega = \underline{111,80}$

$\Rightarrow$ Sikkerhetsekvivalent $= 111,80$

$\Rightarrow$ Risk premium $= \underline{\underline{-11,80}} \rightarrow$ (c)